

Reiteracija.

$$\frac{\varphi}{\varphi} (R)$$

Eliminacija i uvođenje implikacije.

$$\frac{\varphi \quad \varphi \rightarrow \psi}{\psi} (\rightarrow_E / MP)$$

$$\frac{\varphi \rightarrow \psi \quad \neg \psi}{\neg \varphi} (MT)$$

$$\frac{\begin{array}{c|c} \varphi & \text{pp} \\ \vdots & \\ \psi & \end{array}}{\varphi \rightarrow \psi} (\rightarrow_U / D)$$

Tranzitivnost implikacije/hipotetički silogizam.

$$\frac{\varphi \rightarrow \psi \quad \psi \rightarrow \theta}{\varphi \rightarrow \theta} (\rightarrow_T / HS)$$

Eliminacija i uvođenje negacije.

$$\frac{\varphi \quad \neg \varphi}{\perp} (\neg_E)$$

$$\frac{\begin{array}{c|c} \neg \varphi & \text{pp} \\ \vdots & \\ \perp & \end{array}}{\varphi} (\perp_c / RAA)$$

$$\frac{\begin{array}{c|c} \varphi & \text{pp} \\ \vdots & \\ \perp & \end{array}}{\neg \varphi} (\neg_U)$$

Ex falso quodlibet.

$$\frac{\perp}{\varphi} (EFQ)$$

Eliminacija i uvođenje duple negacije.

$$\frac{\neg \neg \varphi}{\varphi} (\neg \neg_E)$$

$$\frac{\varphi}{\neg \neg \varphi} (\neg \neg_U)$$

Eliminacija i uvođenje disjunkcije.

$$\frac{\varphi \vee \psi \quad \begin{array}{c|c} \varphi & \text{pp} \\ \vdots & \\ \theta & \end{array} \quad \begin{array}{c|c} \psi & \text{pp} \\ \vdots & \\ \theta & \end{array}}{\theta} (\vee_E) \quad \frac{\varphi \vee \psi \quad \varphi \rightarrow \theta \quad \psi \rightarrow \theta}{\theta} (\vee_E) \quad \frac{\varphi}{\varphi \vee \psi} (\vee_U^L) \quad \frac{\psi}{\varphi \vee \psi} (\vee_U^D)$$

Zakon isključenja trećeg/Tertium non datur.

$$\frac{}{\varphi \vee \neg \varphi} (TND)$$

Eliminacija i uvođenje konjunkcije.

$$\frac{\varphi \wedge \psi}{\varphi} (\wedge_E^L)$$

$$\frac{\varphi \wedge \psi}{\psi} (\wedge_E^D)$$

$$\frac{\varphi \quad \psi}{\varphi \wedge \psi} (\wedge_U)$$

Eliminacija i uvođenje ekvivalencije.

$$\frac{\varphi \leftrightarrow \psi}{\varphi \rightarrow \psi} (\leftrightarrow_E^L)$$

$$\frac{\varphi \leftrightarrow \psi}{\psi \rightarrow \varphi} (\leftrightarrow_E^D)$$

$$\frac{\varphi \rightarrow \psi \quad \psi \rightarrow \varphi}{\varphi \leftrightarrow \psi} (\leftrightarrow_U)$$

Kontrapozicija i disjunktivni silogizmi.

$$\frac{\varphi \rightarrow \psi}{\neg \psi \rightarrow \neg \varphi} (K)$$

$$\frac{\neg \varphi \rightarrow \neg \psi}{\psi \rightarrow \varphi} (K)$$

$$\frac{\varphi \vee \psi \quad \neg \varphi}{\psi} (DS)$$

$$\frac{\varphi \vee \psi \quad \neg \psi}{\varphi} (DS)$$

De Morganovi zakoni.

$$\frac{\neg(\varphi \wedge \psi)}{\neg \varphi \vee \neg \psi} (DM)$$

$$\frac{\neg(\varphi \vee \psi)}{\neg \varphi \wedge \neg \psi} (DM)$$

$$\frac{\neg \varphi \wedge \neg \psi}{\neg(\varphi \vee \psi)} (DM)$$

$$\frac{\neg \varphi \vee \neg \psi}{\neg(\varphi \wedge \psi)} (DM)$$

Eliminacija i uvođenje jednakosti.

$$\frac{x = y \quad \varphi[x/z]}{\varphi[y/z]} (=E)^* \qquad \frac{}{x = x} (=U / =R)$$

* Smene $\varphi[x/z]$ i $\varphi[y/z]$ su regularne.

Simetričnost i tranzitivnost jednakosti.

$$\frac{x = y}{y = x} (=S) \qquad \frac{x = y \quad y = z}{x = z} (=T)$$

Eliminacija i uvođenje univerzalnog kvantifikatora.

$$\frac{(\forall x) \varphi}{\varphi[y/x]} (\forall E/I)^* \qquad \frac{\begin{array}{c|l} \boxed{a} & \text{nova promenljiva} \\ \vdots & \\ \varphi[a/x] & \end{array}}{(\forall x) \varphi} (\forall U/G)^{**}$$

* Smena $\varphi[y/x]$ je regularna.

** a je nova (nekorišćena) promenljiva.

Eliminacija i uvođenje egzistencijalnog kvantifikatora.

$$\frac{(\exists x) \varphi \quad (\forall x)(\varphi \rightarrow \psi)}{\psi} (\exists E)^* \qquad \frac{(\exists x) \varphi \quad \begin{array}{c|l} \boxed{a} & \varphi[a/x] \text{ pp} \\ \vdots & \\ \psi & \end{array}}{\psi} (\exists E)^{**} \qquad \frac{\varphi[y/x]}{(\exists x) \varphi} (\exists U)^{***}$$

* Promenljiva x ne pojavljuje se slobodno u formuli ψ .

** a je nova (nekorišćena) promenljiva.

*** Smena $\varphi[y/x]$ je regularna.

Promena vezane promenljive.

$$\frac{(\forall x) \varphi}{(\forall y) \varphi[y/x]} (PVP)^* \qquad \frac{(\exists x) \varphi}{(\exists y) \varphi[y/x]} (PVP)^*$$

* Smena $\varphi[y/x]$ je regularna i y nije slobodno u φ .

De Morganovi zakoni za kvantifikatore.

$$\frac{\neg(\forall x) \varphi}{(\exists x) \neg \varphi} (DM) \qquad \frac{\neg(\exists x) \varphi}{(\forall x) \neg \varphi} (DM) \qquad \frac{(\forall x) \neg \varphi}{\neg(\exists x) \varphi} (DM) \qquad \frac{(\exists x) \neg \varphi}{\neg(\forall x) \varphi} (DM)$$